

DS AUTOMATIQUE 1

Durée 2h

Régulateur de tension pour smartphone

On s'intéresse à la commande d'un régulateur de tension pour smartphone qui permet de convertir l'énergie de la batterie pour alimenter les différents composants du téléphone comme montré sur la Figure 1.



FIGURE 1 – Switched-Mode Power Supply (SMPS) pour smartphone

Table des matières

1	Modélisation du système	2
2	Analyse du système	4
3	Asservissement du courant et de la tension	4

Les 3 parties peuvent être traitées indépendamment.

1 Modélisation du système

Les différents éléments d'un smartphone nécessitent des tensions d'alimentation converties à partir de la batterie. Les convertisseurs à découpage ou en anglais « Switched-Mode Power Supply » (SMPS) sont utilisés pour leur rendement élevé (> 90%) afin d'augmenter l'autonomie de la batterie. La tension de la batterie est d'environ 3 V. Pour alimenter les microprocesseurs et autres composants logiques qui ont généralement besoin d'une tension variant de 0.9 V à 1.5 V pour les cœurs et 1.8 V pour les entrées/sorties, un régulateur abaisseur de tension est alors employé. On s'intéresse ici au régulateur abaisseur présenté sur la Figure 2. Un algorithme de commande assurera le pilotage des interrupteurs Q_1 et Q_2 . Ainsi, on aura deux configurations possibles comme représentées sur les Figures 3a et 3b.

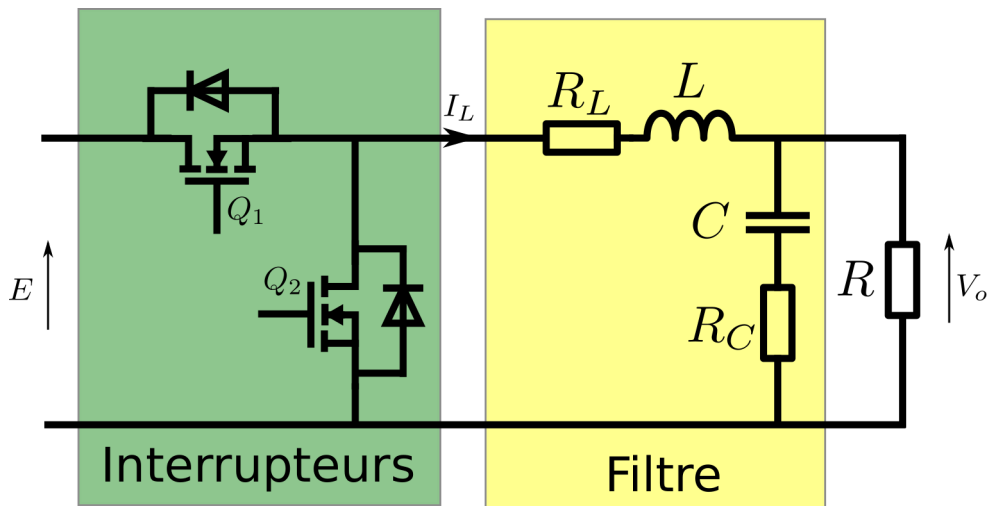


FIGURE 2 – Schéma simplifié du convertisseur DC/DC

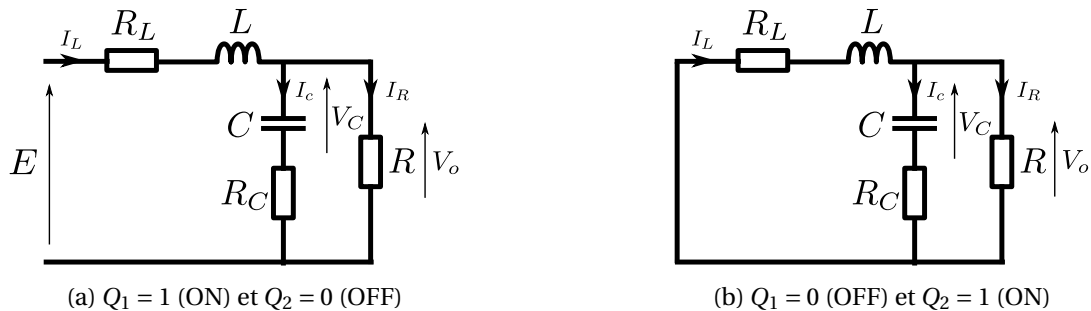


FIGURE 3 – Les deux phases de fonctionnement

1.1 Equations d'état

En choisissant les variables suivantes

- état : $x = [I_L, V_C]^T$
- sortie : $y = [I_L, V_o]^T$
- entrée : E

où I_L est le courant dans l'inductance L , V_o est la tension dans la résistance de charge R , V_C est la tension du condensateur C et E est la tension d'entrée provenant de la batterie,

Question 1 :

- Ecrire les équations régissant le comportement du convertisseur dans ses 2 phases de fonctionnement.
 - Exprimer V_o en fonctions de V_C et I_L .
-

Question 2 :

- Mettre les équations précédentes sous la forme d'état :

$$Q_1 = 1 \text{ et } Q_2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} &= A_1 x + B_1 E \\ y &= C_1 x + D_1 E \end{cases} \quad (1)$$

et

$$Q_1 = 0 \text{ et } Q_2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} \dot{x} &= A_2 x + B_2 E \\ y &= C_2 x + D_2 E \end{cases} \quad (2)$$

et donner les matrices $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1$ et D_2 .

1.2 Modèle moyen

Pour obtenir un modèle de commande, une méthode couramment utilisée consiste à moyenner les équations d'état pour les différentes phases de fonctionnement. On obtient alors le modèle suivant

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} &= [\rho A_1 + (1 - \rho) A_2] \bar{x} + [\rho B_1 + (1 - \rho) B_2] E &= (A_1 - A_2) \rho \bar{x} + A_2 \bar{x} + E(B_1 - B_2) \rho + B_2 E \\ \bar{y} &= [\rho C_1 + (1 - \rho) C_2] \bar{x} + [\rho D_1 + (1 - \rho) D_2] E &= (C_1 - C_2) \rho \bar{x} + C_2 \bar{x} + E(D_1 - D_2) \rho + D_2 E \end{cases} \quad (3)$$

avec ρ le rapport cyclique de commutation qui sera le nouveau signal de commande. Une Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI) est utilisée pour convertir le rapport cyclique en état de commutation des interrupteurs.

Question 3 :

- Montrer que le modèle moyen se simplifie en

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} &= \begin{bmatrix} -\frac{RR_C + R_L R_C + R_L R}{(R + R_C)L} & -\frac{R}{(R + R_C)L} \\ \frac{R}{(R + R_C)C} & -\frac{1}{(R + R_C)C} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} E \\ \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \rho &= A_m \bar{x} + B_m \rho \\ \bar{y} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{RR_C}{R + R_C} & \frac{R}{R + R_C} \end{bmatrix} \bar{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \rho &= C_m \bar{x} + D_m \rho \end{cases} \quad (4)$$

1.3 Fonctions de transfert

Question 4 :

- A partir de la représentation d'état (4), donner la relation qui permet d'obtenir les fonctions de transfert $H_1(p) = \frac{\tilde{I}_L(p)}{\rho(p)}$ et $H_2(p) = \frac{\tilde{V}_o(p)}{\rho(p)}$.

Astuce : Aucun calcul n'est demandé, il s'agit simplement d'exprimer les fonctions de transfert à l'aide des matrices A_m, B_m et C_m .

2 Analyse du système

Les fonctions de transfert sont données par

$$H_1(p) = \frac{\bar{I}_L(p)}{\rho(p)} = \frac{E[(R + R_C)Cp + 1]}{(R + R_C)LCp^2 + [C(RR_C + R_L R_C + R_L R) + L]p + R + R_L} = G_1 \frac{1 + T_1 p}{\frac{1}{\omega_p^2} p^2 + \frac{2\xi_p}{\omega_p} p + 1}$$

et

$$H_2(p) = \frac{\bar{V}_o(p)}{\rho(p)} = \frac{ER(R_C Cp + 1)}{(R + R_C)LCp^2 + [C(RR_C + R_L R_C + R_L R) + L]p + R + R_L} = G_2 \frac{1 + T_2 p}{\frac{1}{\omega_p^2} p^2 + \frac{2\xi_p}{\omega_p} p + 1}$$

Question 5 :

- Donner les expressions littérales puis calculer les valeurs numériques de G_1 , G_2 , T_1 , T_2 , ω_p , ξ_p pour $L = 10 \mu\text{H}$, $C = 2.2 \mu\text{F}$, $R = 3 \Omega$, $R_C = 25 \text{ m}\Omega$, $R_L = 0.2 \Omega$ et $E = 3 \text{ V}$.

Question 6 :

- Dédurre la fonction de transfert $H_3(p) = \frac{\bar{V}_o(p)}{\bar{I}_L(p)}$.

3 Asservissement du courant et de la tension

Afin de pouvoir limiter la dynamique du courant dans l'inductance, nous cherchons à asservir le courant I_L avec le correcteur C_I dont la consigne I_{ref} sera fournie par le correcteur de la boucle externe de tension C_V comme sur la Figure 4.

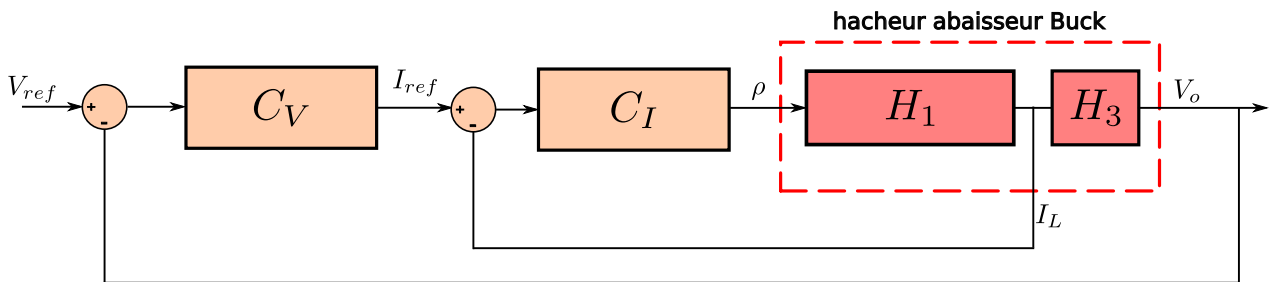


FIGURE 4 – Structure de la commande du Buck par boucles imbriquées

3.1 Boucle de courant : correcteur PID filtré

On décide de commander le courant I_L par un correcteur PID filtré. La boucle de courant est représentée sur la Figure 5. On désire avoir une réponse indicielle en boucle fermée du 2nd ordre avec un zéro (le même que le processus) de la forme :

$$\Gamma(p) = \frac{1 + T_1 p}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi_0}{\omega_0} p + 1} \quad (5)$$

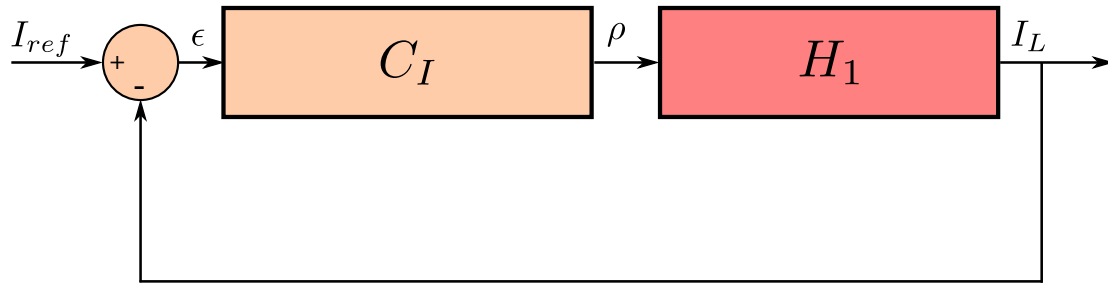


FIGURE 5 – Boucle de courant

Question 7 :

- Déterminer les coefficients du PID filtré $C_I(p) = \frac{\rho(p)}{\epsilon(p)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} + \frac{T_d p}{1 + \frac{T_d}{N} p} \right)$ qui permettent d'avoir ce comportement en boucle fermée. On prendra $\xi_0 = 2$ et $\omega_0 = 5 \cdot 10^5$ rad/s.

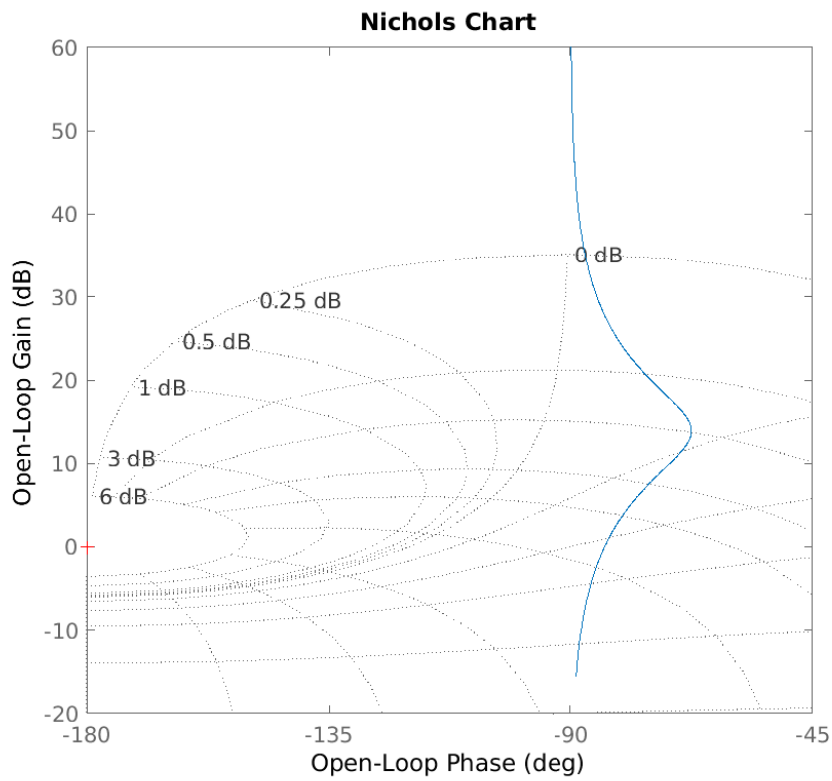


FIGURE 6 – Diagramme de la FTBO de la boucle de courant

Question 8 :

- La fonction de transfert $C_I(p)H_1(p)$ est tracée sur la Figure 6. Déterminer les marges de stabilité.

Question 9 :

- La réponse indicielle pour une consigne de courant I_{ref} passant de 300 mA à 800 mA est donnée sur la Figure 7. Mesurer approximativement le temps de réponse à 5%.

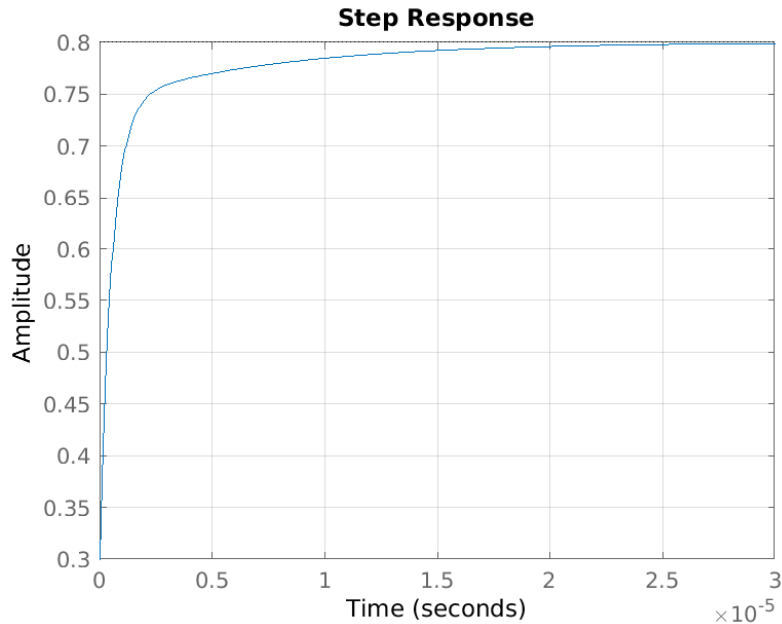


FIGURE 7 – Réponse indicielle de la boucle de courant

Question 10 :

- Calculer le temps de réponse à 5% avec l'approximation théorique.
- Expliquer pourquoi il y a un écart avec celui mesuré.

3.2 Boucle de tension : correcteur de type II

Pour la synthèse du correcteur de tension, nous avons remplacé la boucle de courant par sa fonction de transfert $\Gamma(p)$. Cela revient donc à contrôler le processus $\Gamma(p)H_3(p)$ avec un correcteur $C_V(p)$ comme présenté la Figure 8. Pour cela nous avons choisi un correcteur de type II défini par la fonction de transfert suivante :

$$C_V(p) = \frac{\omega_{p0}}{p} \cdot \frac{1 + \frac{p}{\omega_z}}{1 + \frac{p}{\omega_p}} \quad (6)$$

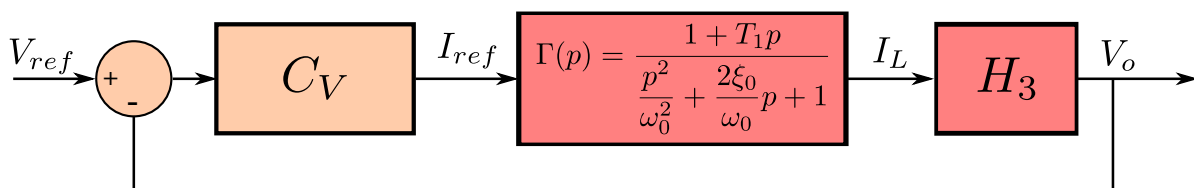


FIGURE 8 – Boucle de tension

Le cahier des charges pour l'asservissement de tension est le suivant

Cahier des charges :

- Erreur statique nulle en asservissement
- Fréquence de coupure à 0 dB : $\omega_c = 2 \cdot 10^4$ rad/s
- Marge de phase : $M_\phi = 60$ degrés

Question 11 :

- Montrer qu'avec le correcteur $C_V(p)$ choisi il n'y aura pas d'erreur statique en asservissement.

Question 12 :

- Tracer les diagrammes asymptotiques de gain d'un correcteur PI et d'un correcteur de type II et montrer que le correcteur de type II permet un meilleur filtrage des bruits en hautes fréquences. On considèrera $\omega_{p0} < \omega_p < \omega_z$ (**attention cet ordre est différent de celui du TD**) et $\frac{1}{T_i} > \omega_z$.

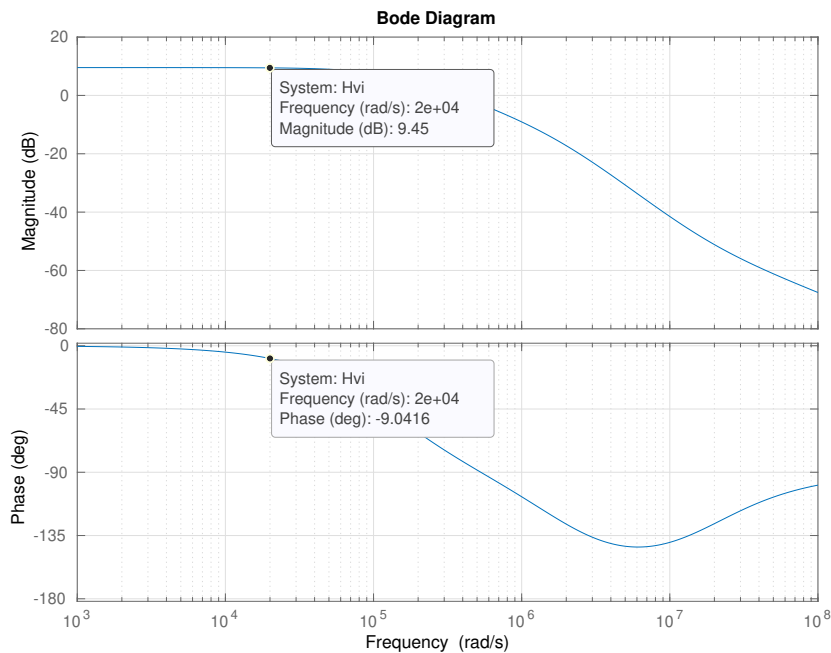


FIGURE 9 – Diagramme de Bode de $\Gamma(p)H_3(p)$

Question 13 :

- A partir du diagramme de Bode de $\Gamma(p)H_3(p)$ donné sur la Figure 9, appliquer la méthode du k-factor afin de déterminer les paramètres ω_{p0} , ω_z et ω_p du correcteur C_V qui permettent de respecter le cahier des charges fixé. On notera que la méthode du k-factor vu en TD avec $\omega_z < \omega_p$ s'applique aussi pour $\omega_p < \omega_z$.

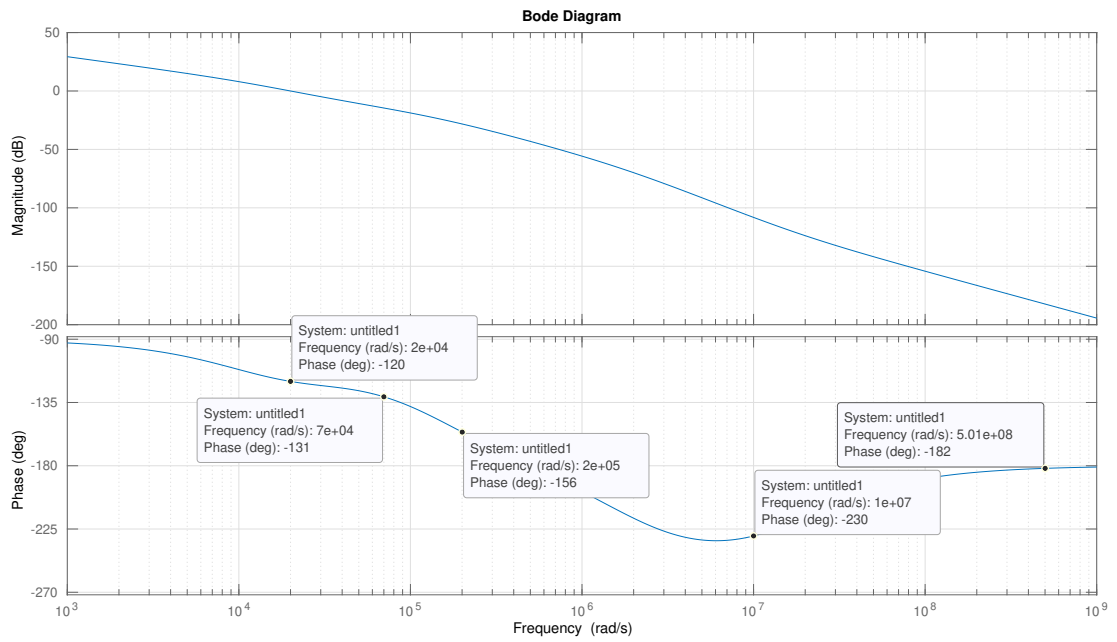


FIGURE 10 – Diagramme de Bode de $C_v\Gamma H_3$

Question 14 :

- A partir du diagramme de Bode de $C_v(p)\Gamma(p)H_3(p)$, donner les marges de gain et de phase et conclure sur le respect du cahier des charges.